Lösungsvorschlag 1. Schulaufgabe F 12 T5

Analysis

$f_a(x) = \frac{(x+a)(x-2)}{4(x-a)}$ $\quad a \in \mathbb{R}$

1. $D_{f_a} = \mathbb{R} \setminus \{a\}$

NST Zähler $x_1 = -a \quad x_2 = 2$

NST von $f_a(x)$: $a = 2$ eine einfache NST $x = -2$
$a = 0$ " " " $x = 2$
$a = -2$ " doppelte " $x = 2$
$a \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$ zwei einfache NST $x_1 = -a \quad x_2 = 2$

Art der Definitionslücke: $a = 2$ stetig behebbare Definitionslücke $L(2|1)$
$a = 0$ " $L(0|-\frac{1}{2})$
$a \in \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ Pol mit Asymptote $x = a$

2. $a = 4 \quad f_4(x) = \frac{(x+4)(x-2)}{4(x-4)} = \frac{x^2+2x-8}{4x-16}$;

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2\left(1 + \frac{2}{x} - \frac{8}{x^2}\right)}{x\left(4 - \frac{16}{x}\right)} = " \pm\infty \cdot \frac{1}{4} " = \pm\infty$$

$$\lim_{x \to 4 \pm 0} f_4(x) = " \frac{16 \cdot 2}{4 \cdot (\pm 0)} " = \pm\infty$$ senkrechte Asymptote $x = 4$

schräge Asymptote $(x^2+2x-8) : (4x-16) = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2} + \frac{16}{4x-16}$;

$-(x^2 - 4x)$

$6x - 8$

$-(6x - 24)$

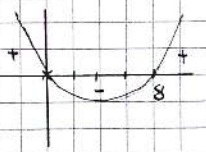
16

$y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

3. $f_4'(x) = \frac{(4x-16)\cdot(2x+2) - (x^2+2x-8)\cdot 4}{(4x-16)^2} = \frac{8x^2 - 24x - 32 - 4x^2 - 8x + 32}{(4x-16)^2} =$

$= \frac{4x^2 - 32x}{4^2(x-4)^2} = \underbrace{\frac{x^2 - 8x}{4(x-4)^2}}_{>0 \text{ für } x \neq 4}$; NST von f_4' : $x_1 = 0 \quad x_2 = 8$

Zähler



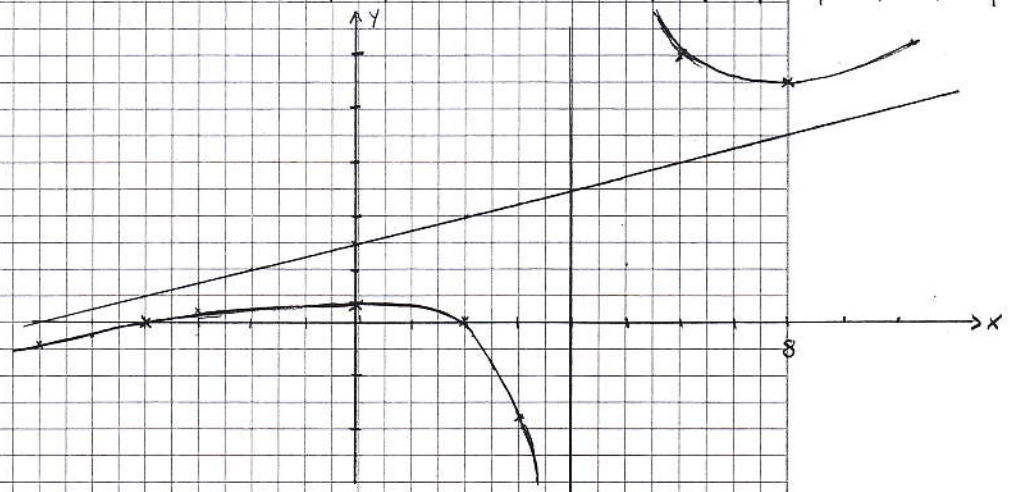
$f_4(x)$ streng monoton zunehmend in $]-\infty; 0]$ und $[8; +\infty[$
" " " abnehmend in $[0; 4[$ und $]4; 8]$

HOP $(0|\frac{1}{2})$ TIP $(8|4{,}5)$

$W_{f_4} =]-\infty; 0{,}5] \cup [4{,}5; +\infty[$

4.

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	5	6	7	8	9	10
$f_4(x)$	-0,40	-0,20	0	0,18	0,34	0,45	0,5	0,42	0	-1,75	6,25	5	4,59	4,5	4,55	4,6



5. $f_4''(x)$ ist negativ in $]-\infty; 4[$ da G_{f_4} rechtsgekrümmt
" " positiv " $]4; +\infty[$ " " linksgekrümmt

6. Graph A stellt keine der Funktionen f_a dar, da keiner der Graphen eine waagrechte Asymptote besitzt.
Graph B stellt die Funktion $f_0(x) = \frac{x(x-2)}{4x}$ $D_{f_0} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ dar
Graph C " " " $f_{-2}(x) = \frac{(x-2)^2}{4(x+2)}$ $D_{f_{-2}} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ dar